Correctievoorschrift VWO

2010

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-09.0313, 31 maart 2009, zie www.examenblad.nl).
Deze regeling blijft ook na het aantreden van het College voor Examens van kracht.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de *Regeling beoordeling centraal examen* van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Snijden met een hoogtelijn

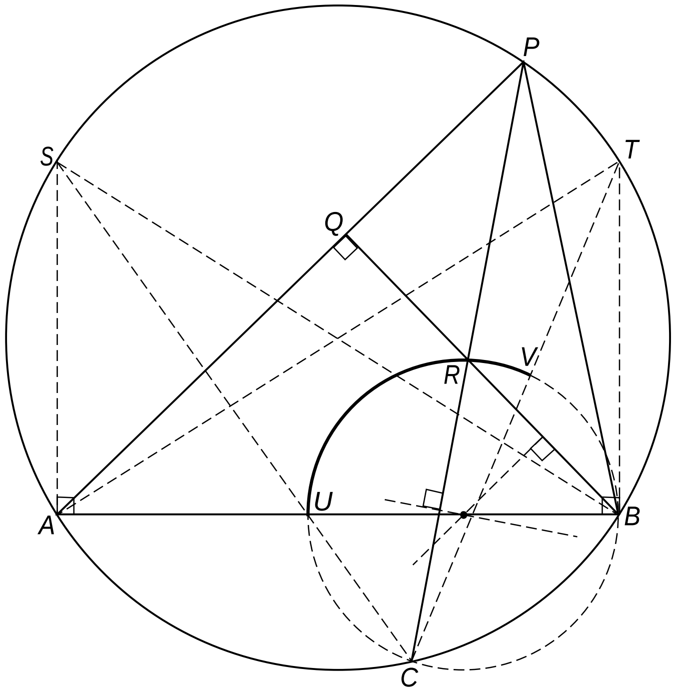
1 **maximumscore 4**

- $\angle BRC = \angle PRQ$; *overstaande hoeken* 1
- $\angle PRQ = 90° - \angle QPR$; *hoekensom driehoek* 1
- Boog AC is constant, dus $\angle APC$ is constant; *constante hoek* 1
- $\angle QPR \ (= \angle APC)$ is constant, dus BRC is constant 1

of

- De bogen CB en AB zijn constant, dus $\angle CPB$ en $\angle APB$ zijn constant; *constante hoek* 2
- $\angle PBQ = 90° - \angle QPB \ (= 90° - \angle APB)$, dus $\angle PBQ$ is constant; *hoekensom driehoek* 1
- CPB is dus ook constant; *buitenhoek driehoek* 1

2 maximumscore 5



- *BRC* is constant, dus de baan van *R* is een cirkelboog; (*constante hoek*) 1
- Het tekenen van de cirkel door *B*, *C* en *R*, met toelichting (bijvoorbeeld door het middelpunt met behulp van de middelloodlijnen van *BR* en *CR* te tekenen) 2
- Driehoek *ABP* mag niet stomphoekig zijn, dus *P* doorloopt de kortste cirkelboog *ST*, met *S* en *T* de snijpunten met de cirkel van de loodlijnen in *A* en in *B* op de lijn *AB* (zie tekening) 1
- Het tekenen van de punten *U* en *V* en het aangeven van de gevraagde cirkelboog *UV* 1

Opmerkingen
Als, bijvoorbeeld op grond van een aantal geconstrueerde punten, een baan is getekend die lijkt op een cirkelboog, maar niet is vermeld dat de baan van R een cirkelboog is, maximaal 3 scorepunten toekennen.
Als alleen de twee eindpunten zijn getekend, maximaal 1 scorepunt toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

De leercurve

3 maximumscore 4

- $\frac{85}{100} = \frac{T_1 \cdot (2n)^{-a}}{T_1 \cdot n^{-a}}$ — 1
- Herleiden tot $0,85 = 2^{-a}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

of

- Kiezen van een waarde voor T_1 en n, bijvoorbeeld $T_1 \quad 20$ en $n = 2$ — 1
- $\frac{85}{100} = \frac{20 \cdot 4 \ ^{a}}{20 \cdot 2^{-a}}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

of

- $n = 2$ invullen in de formule van Wright geeft $T_2 = T_1 \cdot 2^{-a}$, dus $\frac{T_2}{T_1} = 2^{-a}$ — 1
- Opgelost moet worden $0,85 = 2^{-a}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

4 maximumscore 4

- Berekend moet worden wat de kleinste gehele waarde van n is waarvoor geldt $40 \cdot n^{-0,328} < 20 \cdot n^{-0,152}$ — 2
- Beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden — 1
- Het antwoord: bij de 52e keer uitvoeren — 1

5 maximumscore 4

- $T_1 + T_2 + T_3 + ... + T_{100} \approx \int_{0,5}^{100,5} 20 \cdot x^{-0,152} dx$ — 1
- Een primitieve van $20 \quad x^{-0,152}$ is $\frac{20}{0,848} \cdot x^{0,848}$ — 1
- De oppervlakte is ongeveer $(\frac{20}{0,848} \cdot 100,5^{0,848} - \frac{20}{0,848} \cdot 0,5^{0,848} \approx) 1163$ — 1
- Dus de gemiddelde tijdsduur is $\frac{1163}{100} \quad 12$ (seconden) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een exponentiële functie

6 maximumscore 4

- Voor de x-coördinaat van A geldt $f'(x) = 0$ 1
- $f'(x) = \dfrac{8 \cdot e^x - 8x \cdot e^x}{(e^x)^2}$ 2
- Oplossen van $f'(x) = 0$ geeft $x = 1$ (dus de x-coördinaat van A is 1) 1

7 maximumscore 4

- Onderzocht moet worden hoe ver de snijpunten van de lijn $y = 2$ met de grafiek van f uit elkaar liggen 1
- Beschrijven hoe de oplossingen van de vergelijking $f(x) = 2$ berekend kunnen worden 1
- De oplossingen zijn x [illegible] $0{,}4$ en $x \approx 2{,}2$ 1
- Het verschil tussen deze twee waarden van x is kleiner dan 2, dus het past niet 1

of

- $f(a) = f(a+2)$ geeft $\dfrac{8a}{e^a} = \dfrac{8(a+2)}{e^{a+2}}$ 1
- Beschrijven hoe de oplossing van deze vergelijking berekend kan worden 1
- $a \approx 0{,}313$ 1
- $f(0{,}313)$ [illegible] 2, dus het past niet 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 maximumscore 5

- $f(x) = g_n(x)$ geeft $\frac{8x}{e^x} = \frac{8nx}{e^{nx}}$ 1
- Dit geeft $8x \cdot e^{nx} = 8nx \cdot e^x$ 1
- Dus $e^{(n-1)x} = n$ (of $x = 0$) 2
- Dit geeft (voor $n > 0$) $(n-1)x = \ln n$, dus (voor $n > 0$ en $n \neq 1$) $x = \frac{1}{n-1}\ln n$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

of

- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $g_n(\frac{1}{n-1}\ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{n}{n-1}\cdot \ln n}}$ 1
- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \frac{8 \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{1}{n-1}\ln n}}$ 1
- Hieruit volgt $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n\ 1}\ln n}{n \cdot e^{\frac{1}{n-1}\ln n}}$ 1
- Dit geeft $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\ln n} \cdot e^{\frac{1}{n-1}\ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\ln n + \frac{1}{n-1}\ln n}}$ 1
- Dus $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{(1+\frac{1}{n-1})\ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{n}{n-1}\ln n}}$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

9 maximumscore 4

- De rechtergrens van het gebied is gelijk aan $x_{snijpunt} = \frac{1}{2}\ln 3$ (of 0,549) 1
- De gevraagde oppervlakte is ${}_{0}^{\frac{1}{2}\ln 3} \qquad {}_{0}^{\frac{1}{2}\ln 3}\left(\frac{24x}{\ } - \frac{8x}{\ }\right)dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,46 1

Vraag	Antwoord	Scores

Wortelfuncties

10 **maximumscore 8**

- $12+6\sqrt{x-12}=x$ geeft $6\sqrt{x-12}=x-12$ — 1
- Hieruit volgt $36(x-12)=(x-12)^2$ — 1
- Dus $x-12=0$ of $x-12=36$ — 1
- De x-coördinaten van de snijpunten zijn 12 en 48 — 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $\int_{12}^{48}(12+6\sqrt{x-12}-x)\,dx$ — 1
- Een primitieve van $12+6\sqrt{x-12}-x$ is $12x+4(x-12)\sqrt{x-12}-\frac{1}{2}x^2$ (of een minder ver uitgewerkte vorm) — 2
- De oppervlakte is 216 — 1

11 **maximumscore 6**

- $f_n(n+9)=n+18$, dus $(n+9,\ n+18)$ ligt op de grafiek van f_n — 1
- $(n+9,\ n+18)$ ligt ook op lijn k (want $n+18=(n+9)+9$) — 1
- $f_n'(x)=\frac{3}{\sqrt{x-n}}$ — 2
- $f_n'(n+9)=\frac{3}{\sqrt{n+9-n}}=1$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van k is ook 1 (dus de grafiek van f_n raakt lijn k in het punt met x-coördinaat $n+9$) — 1

of

- $f_n'(x)=\frac{3}{\sqrt{x-n}}$ — 2
- De richtingscoëfficiënt van k is 1, dus de raaklijn in een punt van de grafiek van f heeft dezelfde richting als k als voor de x-coördinaat van dat punt geldt $f_n'(x)=1$ ofwel $\frac{3}{\sqrt{x-n}}=1$ — 1
- $\frac{3}{\sqrt{x-n}}=1$ oplossen geeft $x=n+9$ — 1
- $f_n(n+9)=n+18$, dus $(n+9,\ n+18)$ is het punt van de grafiek van f_n waarin de raaklijn dezelfde richting heeft als k — 1
- $(n+9,\ n+18)$ ligt ook op lijn k (want $n+18=(n+9)+9$) (dus de grafiek van f_n raakt lijn k in het punt met x-coördinaat $n+9$) — 1

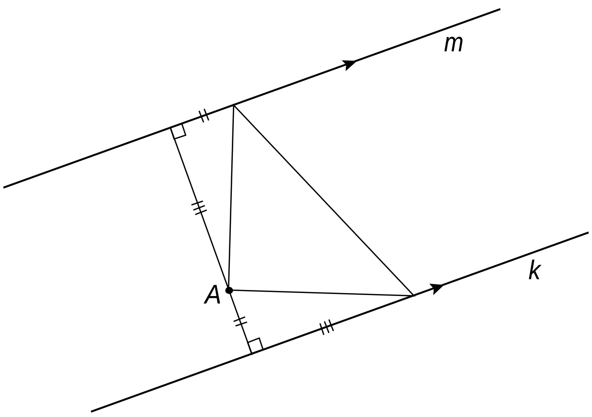
Zoek de geodriehoek

12 maximumscore 4

- $\angle PSQ = 90°$, dus $\angle PQS = 90° - \angle SPQ$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle RPQ = 90°$, dus $\angle RPT = 180° - 90° - \angle SPQ = 90° - \angle SPQ$; *gestrekte hoek* 1
- Dus $\angle PQS = \angle RPT$ 1
- Verder *PQ* = *RP* en $\angle PSQ = \angle RTP$, dus ΔPQS *RPT* ; *ZHH* 1

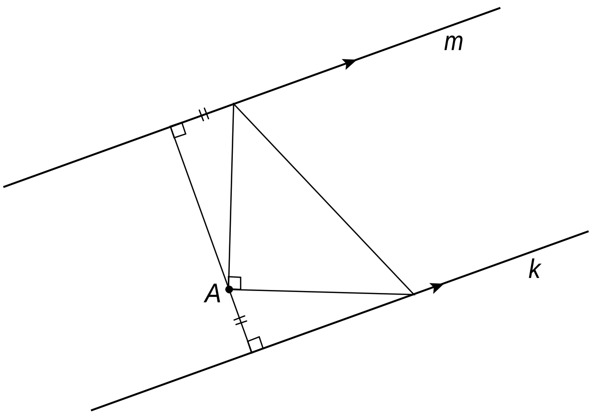
13 maximumscore 3

- Met de afstanden van *A* tot de beide lijnen congruente driehoeken tekenen zoals in de onderstaande tekening 2
- De rest van de tekening 1



of

- Gelijke lijnstukken tekenen zoals in de onderstaande tekening 1
- Het tekenen van de rechte hoek bij *A* 1
- De rest van de tekening 1



Opmerking
Als niet een manier is gevolgd die gebruik maakt van de beschreven congruente driehoeken, dan voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

Gebroken functie

14 maximumscore 5

- $f_a'(x) = a - \dfrac{1}{x^2}$ 1
- $a - \dfrac{1}{x^2} = 0$ geeft de (positieve) oplossing $x \quad \sqrt{\dfrac{1}{a}}$ (dus de x-coördinaat van de top is $\sqrt{\dfrac{1}{a}}$ $\left(= \dfrac{1}{\sqrt{a}} \right)$) 1
- De y-coördinaat van de top is $a \cdot \sqrt{\dfrac{1}{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a}}}$ $\left(= \sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a} \right)$ 1
- $\sqrt{\dfrac{1}{a}} \cdot \left(a \cdot \sqrt{\dfrac{1}{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a}}} \right) = a \cdot \dfrac{1}{a} + 1 = 2$, dus c = 2 (en de toppen liggen op de hyperbool $xy = 2$) 2

of

- $f_a'(x) = a - \dfrac{1}{x^2}$ 1
- $a - \dfrac{1}{{x_{top}}^2} = 0$ geeft $a = \dfrac{1}{{x_{top}}^2}$ 1
- Invullen in $y_{top} = a \cdot x_{top} + \dfrac{1}{x_{top}}$ geeft $y_{top} = \dfrac{1}{x_{top}} + \dfrac{1}{x_{top}} = \dfrac{2}{x_{top}}$ 1
- Hieruit volgt $x_{top} \cdot y_{top} = 2$, dus c = 2 (en de toppen liggen op de hyperbool $xy \quad 2$) 2

Rechthoeken bij een kwartcirkel

15 maximumscore 5

- $V(t)=\frac{1}{2}\sin t\cdot(1+\cos t)$ (met $0<t<\frac{1}{2}\pi$) 1
- $W(t)=\frac{1}{2}\sin t\cdot(1-\cos t)$ (met $0<t<\frac{1}{2}\pi$) 1
- $V(t)=3\cdot W(t)$ als $1+\cos t=3-3\cos t$ (met $0<t<\frac{1}{2}\pi$) 1
- Dus $\cos t=\frac{1}{2}$ (met $0<t<\frac{1}{2}\pi$) 1
- Het antwoord: $t=\frac{1}{3}\pi$ 1

16 maximumscore 4

- Aangetoond moet worden dat $\dfrac{\frac{1}{2}(1+\cos t)}{\sin t}=\dfrac{\frac{1}{2}\sin t}{1-\cos t}$ (voor $0<t<\frac{1}{2}\pi$) 1
- Dit is (voor $0<t<\frac{1}{2}\pi$) gelijkwaardig met $(1+\cos t)(1-\cos t)=\sin^2 t$ 1
- Dit is gelijkwaardig met $1-\cos^2 t=\sin^2 t$ 1
- Dit is waar voor elke waarde van t (omdat $\sin^2 t+\cos^2 t\quad 1$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

17 maximumscore 7

•	$\frac{ON}{OQ} = \frac{RA}{RS}$ geeft $\frac{\frac{1}{2}(1+\cos t)}{\sin t} = \frac{1-\cos t}{\frac{1}{2}\sin t}$	1
•	Hieruit volgt $1+\cos t = 4(1-\cos t)$	2
•	Dus $\cos t = \frac{3}{5}$	2
•	De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$	2

of

•	Beide rechthoeken zijn vierkant als $\sin t = \frac{1}{2}(1+\cos t)$ en $\frac{1}{2}\sin t = 1-\cos t$	2
•	Hieruit kan $\sin t$ berekend worden door $\cos t$ te elimineren (of: hieruit kan $\cos t$ berekend worden door $\sin t$ te elimineren)	1
•	Elimineren van $\cos t$ geeft $\sin t = \frac{4}{5}$ (of: elimineren van $\sin t$ geeft $\cos t = \frac{3}{5}$)	2
•	De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$	2

of

•	Rechthoek *ATSR* is vierkant als $\frac{1}{2}\sin t = 1-\cos t$	1
•	Hieruit volgt (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$): $\frac{1}{2}\sqrt{1-\cos^2 t} = 1-\cos t$	1
•	Kwadrateren en uitwerken geeft $5\cos^2 t - 8\cos t + 3 = 0$	2
•	Dus $\cos t = \frac{3}{5}$ (want $\cos t = 1$ vervalt vanwege $0 < t < \frac{1}{2}\pi$)	1
•	De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$	2

of

•	Rechthoek *ONPQ* is vierkant als $\sin t = \frac{1}{2}(1+\cos t)$	1
•	Hieruit volgt (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$): $2\sin t - 1 = \sqrt{1-\sin^2 t}$	2
•	Kwadrateren en uitwerken geeft $5\sin^2 t - 4\sin t = 0$	1
•	Dus $\sin t = \frac{4}{5}$ (want $\sin t = 0$ vervalt vanwege $0 < t < \frac{1}{2}\pi$)	1
•	De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$	2

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 25 juni naar Cito.