

wiskunde A

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
- 3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Eenzelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegeleid aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB2 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB

- a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
- b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt afgetrokken tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De valkparkiet

1 maximumscore 3

- De vergelijking $0,19s^2 - 8,71s + 169,72 = 120$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De snelheden 7 en 39 (km per uur) (of nauwkeuriger) 1

2 maximumscore 4

- De afgeleide $V'(s) = 0,38s - 8,71$ 2
- De vergelijking $0,38s - 8,71 = 0$ moet worden opgelost 1
- Het antwoord: 23 (km per uur) (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 5

- Bij $s = 0$ is $V = 185$ 1
- De vergelijking $p \cdot (0 - 8)(0 - 34) + 150 = 185$ moet worden opgelost 1
- $p \approx 0,129$ 1
- $(s - 8)(s - 34) = s^2 - 8s - 34s + 272$ 1
- $V = 0,1s^2 - 5,4s + 185$ (of nauwkeuriger waarden voor a en b) 1

Opmerking

Als door tussentijds afronden van de waarde van p op 0,1 of 0,13 afwijkende waarden voor b en/of c zijn berekend, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Octopus Paul

4 maximumscore 5

- De hypothese $H_0: p = 0,5$ moet getoetst worden tegen $H_1: p > 0,5$ 1
- $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$ (met X het aantal juist voorspelde wedstrijden) 1
- Beschrijven hoe deze kans (bijvoorbeeld met de GR) berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,34 1
- De conclusie: $0,34 > 0,10$ dus is er geen aanleiding om te zeggen dat Paul over voorspellende gaven beschikte 1

5 maximumscore 6

- $P(\text{een dier heeft alles goed}) = 0,5^8 (\approx 0,004)$ 1
- $P(\text{een dier heeft ten minste één fout}) = 1 - 0,5^8 (\approx 0,996)$ 1
- $P(\text{elk dier heeft ten minste één fout}) = (1 - 0,5^8)^{20} (\approx 0,92)$ 2
- $P(\text{ten minste één dier heeft alles goed}) = 1 - P(\text{elk dier heeft ten minste één fout})$ 1
- Het antwoord: 0,08 (of nauwkeuriger) 1

of

- Het aantal dieren X dat alles goed voorspelt, is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = 0,5^8$ 2
- Gevraagd wordt $P(X \geq 1)$ 1
- $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ 1
- Beschrijven hoe deze kans (bijvoorbeeld met de GR) berekend kan worden 1
- Het antwoord: 0,08 (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

6 maximumscore 4

- $\frac{pop(A)}{pop(B)} = 1$ en $\frac{bbp(A)}{bbp(B)} = 1$ 1
- $GD(ITA, ENG) = 1,702 \cdot \log\left(\frac{16}{12}\right)$ 2
- $GD(ITA, ENG) = 0,21$ 1

7 maximumscore 3

- Er moet gelden: $\log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) = -\log\left(\frac{pop(B)}{pop(A)}\right)$,
 $\log\left(\frac{bbp(A)}{bbp(B)}\right) = -\log\left(\frac{bbp(B)}{bbp(A)}\right)$ en $\log\left(\frac{erv(A)}{erv(B)}\right) = -\log\left(\frac{erv(B)}{erv(A)}\right)$ 1
- $\log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) = \log(pop(A)) - \log(pop(B))$ 1
- $\log\left(\frac{pop(B)}{pop(A)}\right) = \log(pop(B)) - \log(pop(A)) = -\log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right)$ 1

8 maximumscore 5

- Opgelost moet worden de vergelijking
 $0,316 \cdot \log\left(\frac{16,6}{185,7}\right) + 0,334 \cdot \log\left(\frac{bbp(Ned)}{bbp(Bra)}\right) + 1,702 \cdot \log\left(\frac{8}{18}\right) = -0,67$ 1
- $-0,331 + 0,334 \cdot \log\left(\frac{bbp(Ned)}{bbp(Bra)}\right) - 0,599 = -0,67$ 1
- $\log\left(\frac{bbp(Ned)}{bbp(Bra)}\right) \approx 0,78$ 1
- $\frac{bbp(Ned)}{bbp(Bra)} = 10^{0,78} \approx 6$ 1
- Het *bbp* van Nederland is ongeveer 6 keer zo groot als dat van Brazilië 1
of
- Stel $x = \frac{bbp(Ned)}{bbp(Bra)}$ 1
- Opgelost moet worden de vergelijking
 $0,316 \cdot \log\left(\frac{16,6}{185,7}\right) + 0,334 \cdot \log(x) + 1,702 \cdot \log\left(\frac{8}{18}\right) = -0,67$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $x \approx 6$ 1
- Het *bbp* van Nederland is ongeveer 6 keer zo groot als dat van Brazilië 1

Turkse tortels

9 maximumscore 4

- Een punt aflezen op de lijn: bijvoorbeeld (1953, 100) 1
- $N = 100 \cdot 1,73^t$ met $t = 0$ in 1953 1
- In 1984 zouden er dan $100 \cdot 1,73^{31} \approx 2,4$ miljard (of nauwkeuriger) Turkse tortels zijn 1
- De conclusie: het aantal Turkse tortels in 1984 kon met de formule niet juist voorspeld worden 1

Opmerking

Als voor $t = 0$ een ander jaartal met de bijbehorende startwaarde is gekozen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

10 maximumscore 4

- Aflezen van twee punten op de lijn, bijvoorbeeld: in 1930 is $\sqrt{opp} \approx 2200$ km en in 1960 is $\sqrt{opp} \approx 4500$ km 1
- In 1930 is $r \approx 1240$ km en in 1960 is $r \approx 2540$ km 2
- De gemiddelde toename is $\frac{2540 - 1240}{30} \approx 43$ (km per jaar) (of nauwkeuriger) 1

of

- Aflezen van twee punten op de lijn, bijvoorbeeld: in 1930 is $\sqrt{opp} \approx 2200$ km en in 1960 is $\sqrt{opp} \approx 4500$ km 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn is $\frac{4500 - 2200}{30} \approx 77$ 1
- De gemiddelde toename is $\frac{77}{\sqrt{\pi}} \approx 43$ (km per jaar) (of nauwkeuriger) 2

Opmerking

Voor het aflezen van de waarden van \sqrt{opp} is de toegestane marge 100 km.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

11 maximumscore 5

- In de oude situatie geldt $s = \frac{290}{1,81} \sqrt{\log(1,33)} \approx 56,4$ (km per jaar) 1
- In de nieuwe situatie is $V = 0,9 \cdot 1,33 \approx 1,197$ 1
- In de nieuwe situatie geldt $s = \frac{290}{1,81} \sqrt{\log(1,197)} \approx 44,8$ (km per jaar) 1
- Het verschil is $56,4 - 44,8 = 11,6$ (km per jaar) 1
- $\frac{11,6}{56,4} \cdot 100\% \approx 21\%$ (of nauwkeuriger) 1

12 maximumscore 4

- Situatie 1: m wordt groter (dus in $\frac{290}{m}$ wordt de noemer groter en de teller blijft hetzelfde), dus de breuk $\frac{290}{m}$ wordt kleiner 1
- $\sqrt{\log V}$ blijft hetzelfde, dus de toename van de straal wordt kleiner 1
- Situatie 2: V wordt groter, dus $\log V$ wordt groter, dus $\sqrt{\log V}$ wordt groter 1
- m blijft hetzelfde, dus $\frac{290}{m}$ blijft hetzelfde, dus de toename van de straal wordt groter 1

Kaartspel

13 maximumscore 3

- Het aantal manieren om van elke soort één kaart te krijgen is $\binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1}$ 1
- De kans is $\frac{\binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1} \cdot \binom{28}{1}}{\binom{112}{4}}$ 1
- Het antwoord: 0,10 (of nauwkeuriger) 1
- of
- Het aantal mogelijke volgorden is $(4!) = 24$ 1
- De kans is $24 \cdot \frac{28}{112} \cdot \frac{28}{111} \cdot \frac{28}{110} \cdot \frac{28}{109}$ 1
- Het antwoord: 0,10 (of nauwkeuriger) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 4

- Het aantal keer als eerste een tomaatkaart X is binomiaal verdeeld met
 $n=150$ en $p=\frac{1}{4}$ 1
- $P(X > 37) = 1 - P(X \leq 37)$ 1
- Beschrijven hoe de gevraagde kans (bijvoorbeeld met de GR) berekend kan worden 1
- Het antwoord: 0,49 (of nauwkeuriger) 1

15 maximumscore 6

- De cumulatieve percentages 2; 10,7; 36,7; 66; 87,3; 94,7 (en 100) 2
- De bijbehorende punten juist aangeven op de uitwerkbijlage 1
- De punten liggen (nagenoeg) op een rechte lijn dus de gegevens zijn normaal verdeeld 1
- Het aflezen of berekenen van $\mu \approx 18$ (of nauwkeuriger) 1
- Het aflezen of berekenen van $\sigma \approx 7$ (of nauwkeuriger) 1

Opmerkingen

- Als de cumulatieve percentages boven de klassenmiddens getekend zijn, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.
- Als andere, bij een correct getekende rechte lijn passende, waarden van μ en σ zijn afgelezen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

16 maximumscore 5

- Beschrijven hoe de kans p dat een spel langer duurt dan 20 minuten berekend kan worden 1
- $p \approx 0,711$ 1
- De kans dat een spel korter dan 20 minuten duurt is $1 - 0,711$ 1
- De gevraagde kans is $2 \cdot 0,711 \cdot (1 - 0,711)$ 1
- Het antwoord: 0,41 (of nauwkeuriger) 1

Archeologie

17 maximumscore 3

- De groefactor per 6000 jaar is $\frac{6}{12,5}$ 1
 - Voor de groefactor per jaar geldt dan $g \approx \left(\frac{6}{12,5}\right)^{\frac{1}{6000}}$ 1
 - Het antwoord: 0,9998777 1
- of
- De vergelijking $12,5 \cdot g^{6000} = 6$ moet worden opgelost 1
 - Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
 - Het antwoord: 0,9998777 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

18 maximumscore 4

- De vergelijking $9,5 = 12,5 \cdot 0,999878^t$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 2249$ (jaar) 1
- $1949 - 2249 = -300$, dus het verschil is (ongeveer) 100 jaar 1

19 maximumscore 5

- Bij 12 respectievelijk 13 metingen is de standaardafwijking van het gemiddelde $\frac{310}{\sqrt{12}}$ respectievelijk $\frac{310}{\sqrt{13}}$ (jaar) 2
- $P(3692 < X < 3892 | \mu = 3792; \sigma = \frac{310}{\sqrt{12}}) \approx 0,74$ of
 $P(-100 < X < 100 | \mu = 0; \sigma = \frac{310}{\sqrt{12}}) \approx 0,74$ 1
- $P(3692 < X < 3892 | \mu = 3792; \sigma = \frac{310}{\sqrt{13}}) \approx 0,76$ of
 $P(-100 < X < 100 | \mu = 0; \sigma = \frac{310}{\sqrt{13}}) \approx 0,76$ 1
- Dus er zijn ten minste 13 metingen nodig 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 21 juni naar Cito.