Correctievoorschrift VWO

2009

tijdvak 1

wiskunde A1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:
1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 84 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Emissierechten

1 maximumscore 3

- Mogelijkheid 1 kost 50 000 euro 1
- Mogelijkheid 2 levert 50 000 euro aan emissierechten op 1
- Mogelijkheid 2 kost netto 10 000 euro en is dus het voordeligst 1

2 maximumscore 4

- Ten opzichte van mogelijkheid 1 is mogelijkheid 2 10 000 emissierechten voordeliger 1
- Ten opzichte van mogelijkheid 1 is mogelijkheid 2 60 000 euro reductiekosten onvoordeliger 1
- Er is evenwicht als die 10 000 emissierechten 60 000 euro waard zijn 1
- Dit is het geval wanneer een emissierecht 6 euro waard is 1

of

- Mogelijkheid 1 kost $5000p$ (met p de prijs van een emissierecht) 1
- Mogelijkheid 2 kost $60\,000 - 5000p$ (met p de prijs van een emissierecht) 1
- Het opstellen van de vergelijking $5000p = 60\,000 - 5000p$ 1
- De oplossing: $p = 6$ (dus 6 euro) 1

3 maximumscore 4

- $K'(x) = \dfrac{(100\,000 - x) \cdot 540 - 540x \cdot (-1)}{(100\,000 - x)^2}$ 2
- Dit herleiden tot $K'(x) = \dfrac{54\,000\,000}{(100\,000 - x)^2}$ 1
- $K'(x)$ is voor elke waarde van x positief en dus is K stijgend 1

of

- $K'(x) = \dfrac{(100\,000 - x) \cdot 540 - 540x \cdot (-1)}{(100\,000 - x)^2}$ 2
- Een schets van de grafiek van K' 1
- De grafiek van K' ligt voor elke waarde van x boven de x-as en dus is K stijgend 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 maximumscore 4

- Voor elke waarde van p moet W dezelfde uitkomst hebben 1
- Dit is het geval als $x = 5000$ 1
- De winst is dan $W = -\frac{540 \cdot 5000}{95\,000}$ $(\approx -28{,}421)$ 1
- Dat is (ongeveer) 28 400 (euro verlies) 1

of

- Het invoeren van de formule in de GR voor twee verschillende waarden van p 2
- Het snijpunt bepalen met behulp van de GR ($W \approx -28{,}421$) 1
- Het aflezen van de winst: $-28\,421$ euro, dus (ongeveer) 28 400 (euro verlies) 1

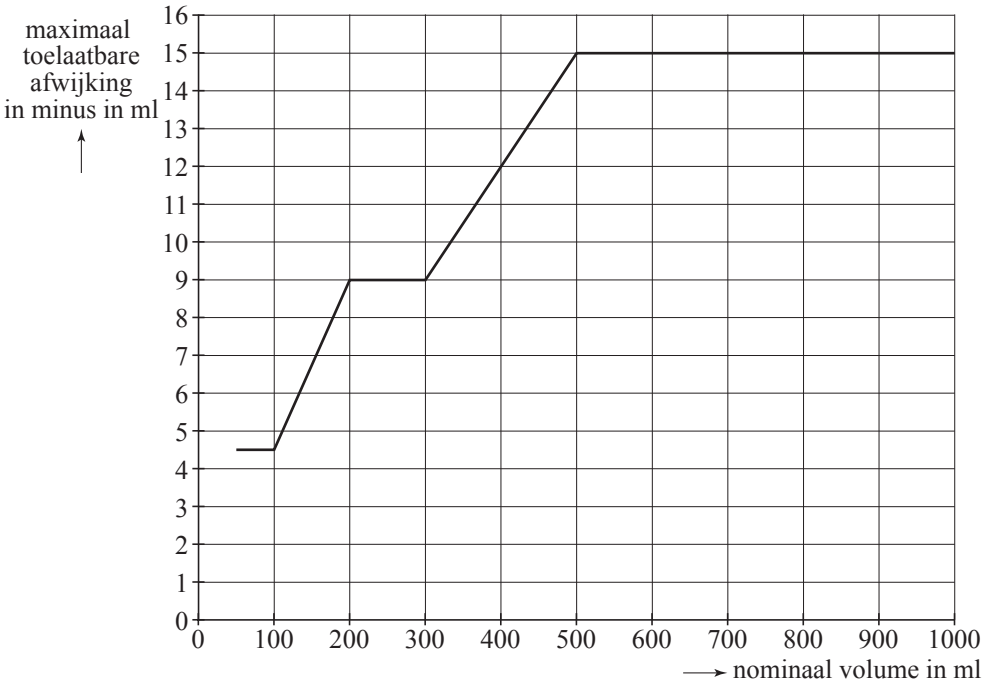
5 maximumscore 4

- Als $x = 18\,000$ dan is $W \approx 13p - 118{,}54$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Aangeven hoe de ongelijkheid $W < 0$ (of de gelijkheid $W = 0$) wordt opgelost 1
- Het antwoord: $p < 9{,}12$ (of: bij een prijs van maximaal € 9,11) 1

Nominaal volume

6 maximumscore 4

- Het tekenen van een lijnstuk van (200, 9) naar (300, 9) 1
- Het tekenen van een lijnstuk van (300, 9) naar (500, 15) 2
- Het tekenen van een lijnstuk van (500, 15) naar (1000, 15) 1



Vraag	Antwoord	Scores

7 maximumscore 5

- P(ondeugdelijk) = 0,0052 — 1
- Grens van ondeugdelijkheid is 388 ml — 1
- Beschrijven hoe met de GR σ gevonden kan worden (bijvoorbeeld met behulp van een tabel) zodanig dat de oppervlakte onder de normaalkromme links van 388 gelijk is aan 0,0052 — 2
- σ = 6,63 (of 6,64) (ml) — 1

of

- P(ondeugdelijk) = 0,0052 — 1
- Grens van ondeugdelijkheid is 388 ml — 1
- $\Phi\left(\frac{388-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}0052$ — 1
- $\frac{388-405}{\sigma} \approx -2{,}5622$ — 1
- σ = 6,63 (of 6,64) (ml) — 1

Opmerking
Als bij het beantwoorden van de vraag een tabel wordt gebruikt, dienen daarin minimaal de waarden σ = 6,62 en σ = 6,63 (of σ = 6,64 en σ = 6,65) te worden vermeld.

8 maximumscore 4

- Berekend moet worden het aantal flessen met een inhoud minder dan 400 ml — 1
- Aangeven hoe de normale kans op een volume onder 400 ml met de GR berekend kan worden (μ = 405 en σ = 6,6) — 1
- Deze kans is 0,2244 — 1
- Dus naar verwachting 1122 (≈ 0,2244 × 5000) flessen hebben een afwijking in minus — 1

Opmerking
Als gerekend is met σ = 6,63 (of σ = 6,64) hiervoor geen punten aftrekken.

9 maximumscore 4

- Het betreft hier een binomiale benadering met $n = 200$ (en $p = 0{,}06$) — 1
- De kans $P(X \leq 10)$ moet worden berekend — 1
- Beschrijven hoe deze kans met behulp van de GR kan worden berekend — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,34 — 1

Opmerking
Als een normale benadering van de bedoelde kans is berekend met gebruikmaking van de continuïteitscorrectie, hiervoor maximaal 3 punten toekennen. Als een normale benadering van de bedoelde kans is berekend zonder gebruikmaking van de continuïteitscorrectie, hiervoor maximaal 2 punten toekennen.

Energiebronnen

10 maximumscore 4

- In 1980: totaal ongeveer 6700, in 2004: totaal ongeveer 10 300 — 1
- In 1980: aardgas ongeveer 1300 — 1
- In 2004: aardgas ongeveer 2400 — 1
- $\frac{2400}{10\,300} > \frac{1300}{6700}$ of $0,23 > 0,19$ of 23% > 19% (en de conclusie) — 1

11 maximumscore 5

- De groeifactor per 24 jaar is $\frac{22}{4}\left(=5,5\right)$ — 1
- De jaarlijkse groeifactor is $5,5^{\frac{1}{24}} \approx 1,0736$ — 2
- In 1990 is de hoeveelheid dan $4 \cdot 1,0736^{40}$ (of $22 \cdot 1,0736^{16}$) — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 69 miljard vaten — 1

of

- Het opstellen van de vergelijking $4 \cdot g^{24} = 22$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit (met de GR) de waarde van g gevonden kan worden — 1
- $g \approx 1,0736$ — 1
- In 1990 is de hoeveelheid dan $4 \cdot 1,0736^{40}$ (of $22 \cdot 1,0736^{16}$) — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 69 miljard vaten — 1

12 maximumscore 4

- Er is sprake van een rekenkundige rij — 1
- De somformule wordt dan $s(t) = 0,5 \cdot (t+1) \cdot (29 + 29 + t \cdot 0,4)$ — 1
- Dit herleiden tot $s(t) = (0,5t + 0,5) \cdot (58 + t \cdot 0,4)$ — 1
- De rest van de herleiding — 1

13 maximumscore 4

- Invoeren van de formule in de GR — 1
- $t = 44$ geeft 20,3 (miljard vaten) — 1
- $t = 45$ geeft 19,8 (miljard vaten) — 1
- Dus in het jaar 2049 — 1

of

- De vergelijking $\frac{188,0 \cdot 0,961^t}{\left(1 + 1,55 \cdot 0,961^t\right)^2} = 20$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) kan worden opgelost — 1
- De oplossing $t \approx 44,6$ — 1
- Dus in het jaar 2049 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

14 maximumscore 4

- $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -3049 \cdot 1{,}55 \cdot 0{,}961^t \cdot \ln 0{,}961 \cdot \left(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t\right)^{-2}$ 2
- $-3049 \cdot 1{,}55 \cdot \ln 0{,}961 \approx 188{,}0$ 1
- $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = 188{,}0 \cdot 0{,}961^t \cdot \left(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t\right)^{-2} = \frac{188{,}0 \cdot 0{,}961^t}{\left(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t\right)^2}$ (en dat is gelijk aan Y) 1

of

- $T = \frac{3049}{1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t}$ 1
- $T' = \frac{-3049 \cdot (1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t)'}{(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t)^2}$ 1
- $(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t)' = 1{,}55 \cdot 0{,}961^t \cdot \ln 0{,}961$ 1
- $T' = \frac{-3049 \cdot 1{,}55 \cdot 0{,}961^t \cdot \ln 0{,}961}{(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t)^2} \approx \frac{188{,}0 \cdot 0{,}961^t}{(1 + 1{,}55 \cdot 0{,}961^t)^2}$ (en dat is gelijk aan Y) 1

Euroverspreiding

15 maximumscore 5

- De combinaties N-N-N-N, N-N-B-N, N-B-N-N, N-B-B-N 2
- De bijbehorende kansen $0{,}97^3$; $0{,}97 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}0015$; $0{,}03 \cdot 0{,}0015 \cdot 0{,}97$ en $0{,}03 \cdot 0{,}9985 \cdot 0{,}0015$ 2
- Optellen geeft een totale kans van $0{,}9128$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

16 maximumscore 4

- Beschrijven van een aanpak met de GR voor voldoende grote waarden van t — 2
- De oplossingen $N \approx 0{,}133$ en $B \approx 2{,}667$ — 1
- Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten — 1

of

- Het inzicht dat het stelsel $\begin{cases} N = 0{,}97N + 0{,}0015B \\ B + N = 2{,}8 \end{cases}$ moet worden opgelost — 1
- Het oplossen van dit stelsel — 1
- De oplossingen $N \approx 0{,}133$ en $B \approx 2{,}667$ — 1
- Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten — 1

of

- Het inzicht dat uit $N = 0{,}97N + 0{,}0015B$ volgt $20N = B$ — 1
- Dus $\frac{1}{21}$-ste deel van de Nederlandse munten is in Nederland — 1
- De oplossingen $N \approx 0{,}133$ en $B \approx 2{,}667$ — 1
- Dus 133 miljoen munten in Nederland en 2,667 miljard daarbuiten — 1

17 maximumscore 6

- H_0: $p = 0{,}233$ moet getoetst worden tegen H_1: $p > 0{,}233$ — 1
- Onder H_0 is het aantal Duitse munten binomiaal verdeeld met $n = 512$ en $p = 0{,}233$ — 1
- De overschrijdingskans $\mathrm{P}(X \geq 138 \mid n = 512,\ p = 0{,}233)$ moet berekend worden — 1
- $\mathrm{P}(X \geq 138) = 1 - \mathrm{P}(X \leq 137)$ — 1
- Deze kans is (ongeveer) gelijk aan 0,03 — 1
- Dit is kleiner dan 0,05 en dus is er reden om te veronderstellen dat het vermoeden juist is — 1

Wedden

18 maximumscore 4

- De totale inleg is € 30 000 — 1
- De uitgaven voor de bookmaker zijn bij winst voor Ajax $15000 \cdot 1{,}75 = 26250$ euro, bij gelijk spel $9000 \cdot 3{,}1 = 27900$ euro en bij verlies van Ajax $6000 \cdot 4{,}1 = 24600$ euro — 1
- De winst voor de bookmaker is het grootst bij verlies van Ajax — 1
- De winst bedraagt dan $30000 - 24600 = 5400$ euro — 1

Vraag	Antwoord	Scores

19 maximumscore 4

- Van het totale ingezette bedrag keert hij 60% à € 1,55 of 30% à € 3,10 of 10% à € 9,30 uit — 1
- De totale uitkering is steeds hetzelfde: 93% van de totale inzet — 2
- Hij maakt 7% winst — 1

of

- De totale inzet is bijvoorbeeld € 100 000, waarvan de bookmaker 60 000 maal € 1,55 of 30 000 maal € 3,10 of 10 000 maal € 9,30 uitkeert — 1
- De totale uitkering is steeds hetzelfde: € 93 000 — 2
- Hij maakt € 7000 winst en dat is 7% van de totale inzet — 1

20 maximumscore 4

- Het bedrag dat op winst voor NAC zal worden ingezet is $\frac{1,73}{4,20} \approx 0,4119$ keer zo groot als het bedrag dat op winst voor PSV zal worden ingezet — 1
- Het bedrag dat op gelijkspel zal worden ingezet, is $\frac{1,73}{3,50} \approx 0,4943$ keer zo groot als het bedrag dat op winst voor PSV zal worden ingezet — 1
- $0,4119p + 0,4943p + p = 100\%$ — 1
- $p \approx 52\%$ — 1

of

- Het bedrag dat op winst voor NAC zal worden ingezet is omgekeerd evenredig met de quote, dus evenredig met $\frac{1}{1,73} \approx 0,578$ — 1
- Voor het totale bedrag is dat $\frac{1}{4,20} + \frac{1}{3,50} + \frac{1}{1,73} \approx 1,102$ — 1
- $\frac{0,578}{1,102} \approx 0,52$ — 1
- Het antwoord: 52% — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.

wiskunde A1,2 vwo

Centraal examen vwo

Tijdvak 1

Correctievoorschrift

Aan de secretarissen van het eindexamen van de scholen voor vwo,

Bij het centraal examen wiskunde A1,2 vwo:

Op **pagina 10** van het correctievoorschrift moet bij **vraag 20** in de **tweede oplossing** bij het eerste scorebolletje

NAC

vervangen worden door

PSV

Ik verzoek u dit bericht door te geven aan de correctoren wiskunde A1,2 vwo.

De voorzitter van de CEVO

drs. H.W. Laan